**GÓC CÓ ĐỈNH BÊN TRONG ĐƯỜNG TRÒN, BÊN NGOÀI ĐƯỜNG TRÒN**

**A. Lý thuyết**

1. Góc có đỉnh bên trong đường tròn

Góc  nằm bên trong đường tròn (O) được gọi là góc có đỉnh ở bên trong đường tròn.

\*) Định lí 1: Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn, cụ thể ta có:



2. Góc có đỉnh bên ngoài đường tròn

Các góc có đỉnh nằm bên ngoài đường tròn, các cạnh đều có điểm chung với đường được gọi là góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn.

\*) Định lí 2: Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn, cụ thể ta có:



**B. Lý thuyết**

**Dạng 1: Chứng minh hai góc bằng nhau, hai đoạn thẳng bằng nhau**

**Cách giải:** Sử dụng hai định lí về số đo của góc có đỉnh bên trong đường tròn, góc có đỉnh bên ngoài đường tròn.

**Bài 1:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Các tia phân giác của góc B và C cắt nhau tại I và cắt đường tròn lần lượt tại D và E. Dây CE cắt các cạnh AB và AC lần lượt tại M và N. CMR:

a.  cân b.  cân

c.  là hình thoi.

**Lời giải**

a) Chứng minh được AI là phân giác của 

Xét , có : 



 cân tại A

+)  cân tại D

.

Tương tự ta có  cân tại E 

b) Ta có:  là đường trung

trực của đoạn AI  cân

mà .

tương tự:  là hình bình hành có hai cạnh kề bằng nhau (đpcm)

**Bài 2:** Cho đường tròn (O) và một dây AB. Vẽ đường kính CD vuông góc với AB (D thuộc cung nhỏ AB). Trên cng nhỏ BC lấy một điểm N. Các đường thẳng CN và DN lần lượt cắt đường thẳng AB tại E và F. Tiếp tuyến của đường tròn tại N cắt đường thẳng AB tại I. CMR:

a.  là các tam giác cân

****b. 

**Lời giải**

a. Ta có: 

Xét  có: 



Từ  cân tại I. Tương tự ta có  cân tại I.

b. Ta có: 



**Bài 3:** Tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), có: 

a. Tính  của 

b. Tia phân giác của cắt đường tròn ở M, tia phân giác của  cắt đường tròn ở N. Gọi I là giao điểm của AM và BN. Tính các góc 

c. Chứng minh: 

**Lời giải**

a. Xét , có 

b. 

+) 

c.  cân tại M do 

**Bài 4:** Cho AB là dây cung của đường tròn (O). Lấy I nằm giữa A và B sao cho IA > IB. Gọi D là điểm chính giữa cung AB nhỏ. Vẽ dây CD qua I, tiếp tuyến tại C của đường tròn (O) cắt AD ở K

a. Chứng minh rằng: IK = KC

b. Gọi E là điểm đối xứng của I qua K, EC giao với (O) tại M, Chứng minh rằng ba điểm M, O, D thẳng hàng

c. CA. CB = CI . CD

**Lời giải**

a) 



Mà  cân tại K.

b)  vuông tại C  nội tiếp đường tròn (K) đường kính IE  là đường kính cả (O) nên M, O, D thẳng hàng.

c) Xét , có: 

 (đpcm).

**Dạng 2: Chứng minh hai đường thẳng song song hoặc vuông góc. Chứng minh đẳng thức cho trước**

**Cách giải:** Áp dụng hai định lí về số đo góc có đỉnh bên trong đường tròn, góc có đỉnh bên ngoài đường tròn để có được các góc bằng nhau, cạnh bằng nhau. Từ đó suy ra điều cần chứng minh

**Bài 5:** Từ điểm P nằm ngoài đường tròn (O), vẽ tiếp tuyến PA với đường tròn và cát tuyến PBC với 

a) Biết  Đường kính của đường tròn là  Tính PO

b) Đường phân giác trong của góc A cắt  ở I và cắt (O) ở D. Chứng minh DB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp .

**Lời giải**

a) Ta có 

Xét tam giác vuông  () 

b) Chứng minh được  DB là tiếp tuyến của đường tròn ngoại tiếp 

**Bài 6:** Cho đường tròn (O) có hai đường kính AB và CD vuông góc với nhau. Trên đường kính AB lấy điểm E sao cho  Vẽ dây CF đi qua E. Tiếp tuyến của đường tròn tại F cắt CD tại M, Vẽ dây  cắt CD tại N. Chứng minh

a) Tia CF là tia phân giác của 

b) 

c)  là độ dài ba cạnh của của một tam giác vuông.

**Lời giải**

b) Chứng minh được 

c) Chứng minh  cân tại M



Mặt khác: 

Ta có MF là tiếp tuyến nê  vuông  đpcm.

**Bài 7:** Cho đường tròn (O) và S nằm bên trong đường tròn. Từ S kẻ hai tiếp tuyến SA và SA’ ( A và A’ là tiếp điểm ) và cát tuyến ABC tới đường tròn. Phân giác của góc BAC cắt BC ở D, cắt đường tròn ở E. Gọi H là giao điểm của OS và AA’, G là giao điểm của OE và BS còn F là giao điểm của AA’ với BC. CMR:

a.  cân b. 

c. 

**Lời giải**

a.  cân tại S

b.  nằm trên đường trung trực BC

 nằm trên đường trung trực  là đường trung trực của BC 

+) SO là tia phân giác của tam giác cân ASA’ 

+) 

c.  vuông tại A, 

**Bài 8:** Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O). Gọi D là một điểm thuộc cung AB, qua D kẻ dây DD’ // BC cắt AC ở F. Đường thẳng AD’ cắt BC ở E

a. So sánh  và  b. 

c. 

**Lời giải**

a. 

Lại có:



+) 

  
b. Ta có 

Hoặc 

c. 

+) .

**Bài 9:** Cho , phân giác AD. Vẽ đường tròn (O) đi qua A, D và tiếp xúc với BC ở D, đường tròn này cắt AB, AC lần lượt ở E và F. CMR:

a.  b. 

c. 

**Lời giải**

a) 

b) 





c. 

**BÀI TẬP VỀ NHÀ**

**Bài 1:** Cho  nội tiếp đường tròn tâm (O). Các tia phân giác của các góc A và B cắt nhau ở I và cắt đường tròn theo thứ tự ở D và E. Chứng minh:

a)  là tam giác cân

b)  là đường trung trực của 

c)  trong đó F là giao điểm của DE và AC.

**Lời giải**

a) Ta có  cân tại D

b) Chứng minh tương tự ta có  cân tại E,  cân tại D  là trung trực cảu CI

c) 

**Bài 2:** Trên đường tròn (O) lấy ba điểm A, B và C. Gọi M, N, P theo thứ tự là điểm chính giữa của các cung AB, BC, CA. BP cắt AN tại I, NM cắt AB tại E. Gọi D là giao điểm của AN và BC. Chứng minh:

a)  là tam giác cân b) 

c)  d) 

**Lời giải**

b) Ta có M là điểm chính giữa cung 

 là phân giác  (tính chất đường phân giác) 

d) Ta có  đpcm.